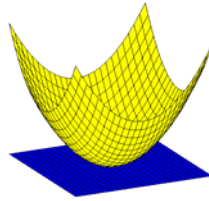


DEPARTAMENTO DE GEOMETRÍA ANALÍTICA



SERIE No. “4” 2010 - 2

“CURVAS”

1. Obtener una ecuación vectorial de la curva que se obtiene por el desplazamiento de un punto tal que su abscisa es -5 mientras que su cota es el triple de la tangente de su ordenada.

2. Sea la parábola C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\vec{p}(t) = 5i + \frac{t}{2}j + (-2t^2 + 24t - 68)k$$

Determinar:

- a) unas ecuaciones cartesianas de dicha parábola;
 - b) las coordenadas cartesianas del vértice de la curva, y
 - c) para qué valor del parámetro t se obtienen las coordenadas del vértice.
3. Determinar si las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = t(t+2) \\ y = 2(t+1) \\ z = 0 \end{cases} \quad t \geq -1$$

y la ecuación polar: $r(1 - \cos(\theta)) = 2$; $-\pi \leq \theta \leq 0$ representan el mismo lugar geométrico.

4. Obtener una ecuación vectorial de la curva que tiene por abscisa a -7, mientras que su ordenada es el doble del coseno de su cota.
5. Sea la curva C representada por la ecuación vectorial:

$$\vec{p}(t) = 3i + (4\cos t + 3)j - (4\sin t + 2)k$$

- a) Determinar sus ecuaciones cartesianas.
- b) Identificar la curva.

c) Trazar su gráfica.

6. Sean las curvas C_1 y C_2 que son representadas por las ecuaciones vectoriales:

$$C_1 : \bar{p} = (m + 2)i + (\sqrt{1 + m^2})j$$

$$C_2 : \bar{p} = \left(\frac{1}{\cot \beta} + 2 \right) i + (\sec \beta) j$$

- a) Determinar si C_1 y C_2 representan el mismo lugar geométrico.
b) Determinar una ecuación polar de la curva C_1 .

7. Sea la curva C , una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\bar{r} = (1 \pm \sqrt{t})i + (-1 \pm \sqrt{2-t})j$$

Determinar:

- a) sus intersecciones con los ejes coordenados X y Y ;
b) una ecuación polar de la curva.

8. Sea la curva C , una de cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$C : \begin{cases} x = \frac{3\csc\theta - 3}{\csc\theta} \\ y = \frac{3}{\sec\theta} - 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Determinar unas ecuaciones cartesianas de la curva. Identificarla y trazar su gráfica.

9. Determinar las ecuaciones cartesianas de cada una de las curvas representadas a continuación. Identificarlas.

a) $C : \begin{cases} x = 2\sec t - 1 \\ y = \tan t + 2 \\ z = 0 \end{cases}$

b) $C : \bar{p} = ti + (\sqrt{12t - t^2 - 27} + 2)j$

$$c) C: \bar{p} = (-4 + \sqrt{1+t^2})i + tj$$

$$d) C: \begin{cases} x = \frac{8}{\tan \theta} + 4 \\ y = 4 \cot^2 \theta - 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$e) C: \begin{cases} x = 1 - 2 \cos^2 t \\ y = \sin 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

10. Determinar las ecuaciones cartesianas de la curva representada por las ecuaciones paramétricas:

$$C: \begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \\ z = 4 \end{cases}$$

11. Sea la curva C representada por la ecuación vectorial:

$$\bar{p} = \left(\frac{-16}{\sin \theta - 1}, \frac{\sin \theta - 1}{4}, 0 \right)$$

Determinar:

- Una ecuación polar de la curva C.
- Las intersecciones de la curva C con los ejes coordenados X e Y.
- Unas coordenadas polares de los puntos que pertenecen a la curva C y que están más próximos al polo.

Trazar la gráfica de la curva.

12. Sea el segmento de curva C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\bar{p} = (t)i + \left(\frac{1}{2}t^2 \right)j; \quad 0 \leq t \leq 2$$

Representar por medio de una ecuación polar al segmento de curva C.

13. Sea la curva C representada en forma paramétrica por

$$C: \begin{cases} x = -\sqrt{1+t^2} \\ y = t \end{cases} \quad t \geq 0$$

- a) Obtener una ecuación polar que represente el mismo lugar geométrico que la curva C.
b) Trazar la gráfica de dicha curva.

14. Para la curva de ecuaciones:

$$C: \begin{cases} x = 0 \\ z^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

determinar unas ecuaciones paramétricas y una ecuación vectorial. Identificar y graficar la curva.

15. Determinar unas ecuaciones paramétricas de la curva:

$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x = 4 \end{cases}$$

Identificar la curva y bosquejar su gráfica.

16. Sea la curva C en el plano XY representada por las ecuaciones paramétricas

$$C: \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin 2t \end{cases}$$

Determinar la ecuación cartesiana y una ecuación polar de la curva C.

17. Sean las curvas C_1 y C_2 representadas por las ecuaciones:

$$C_1: \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases} \quad \text{para } t \in (\pi, 2\pi]$$

$$C_2: r = 2 \quad -360^\circ \leq \theta < -180^\circ$$

Determinar si representan el mismo lugar geométrico.

- a) En caso de que no lo representen, obtener las coordenadas cartesianas de sus puntos en común.
- b) En caso de que sí representen el mismo lugar geométrico, obtener su ecuación cartesiana.

18. Obtener el intervalo paramétrico y el conjunto de valores de X, el de Y y el de Z para los puntos de la curva:

$$C: \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{t-4}} \\ y = \frac{3}{\sqrt{t-4}} - 1 \\ z = +\sqrt{25-t^2} \end{cases}$$

19. Determinar unas ecuaciones paramétricas y una ecuación vectorial de la elipse con centro en el punto C (-2, 1, 5), semieje menor de longitud 3 y paralelo al eje de las abscisas, y semieje mayor de longitud 4 y paralelo al eje de las cotas.
20. Sea la curva C, una de cuyas ecuaciones vectoriales es:

$$\vec{p} = \left(\cos 2\theta, \frac{6}{\sec \theta}, 0 \right) \quad \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$$

Determinar unas ecuaciones paramétricas así como unas ecuaciones cartesianas de la curva. También, identificarla y trazar su gráfica.

21. Sea la curva $C: \vec{r} = a \cos t \, i + a \sin t \, j + 3k$
Identificar la curva.

22. Determinar unas ecuaciones cartesianas de la curva

$$C: \vec{p}(t) = (1-t)j + (1-2t+t^2)k \quad \text{para } 0 \leq t \leq 2$$

23. Obtener una ecuación vectorial de la curva:

$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{z}{2} \\ z = 8 \end{cases}$$