RECTA

- Definición geométrica de una recta
  - Dos puntos
  - Un punto y un vector
  - Dos planos no paralelos
- Ecuaciones de la recta
  - Vectorial: $\bar{p} = \overline{p_0} + t\bar{u}$
  - Paramétricas
    - X= X_0 + t u_1
    - Y= Y_0 + t u_2
    - Z= Z_0 + t u_3
  - Cartesiana
    - Simétrica: $\frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2} = \frac{z-z_0}{u_3}$
    - General:
      - $A_1X+B_1Y+C_1Z+D_1=0$
      - $A_2X+B_2Y+C_2Z+D_2=0$
- Relación entre recta y punto
  - Distancia
    - $d = \frac{|(\bar{q}-\overline{p_0})\ x\ \bar{u}|}{|\bar{u}|}$
    - $d^2 = |(\bar{q} - \overline{p_0})| - \left(\frac{|(\bar{q}-\overline{p_0}) \cdot \bar{u}|}{|\bar{u}|}\right)^2$
- Relación entre rectas
  - Ángulo
    - $\theta = ang \cos \frac{\overline{u_1} \cdot \overline{u_2}}{|\overline{u_1}|\ |\overline{u_2}|}$
    - Ortogonalidad $(\overline{u_1} \cdot \overline{u_2} = 0)$, Paralelismo $(\overline{u_1} x\ \overline{u_2}) = \bar{0}$
  - Distancia
    - $d = \frac{|(\overline{p_2}-\overline{p_1}) \cdot (\overline{u_1}\ x\ \overline{u_2})|}{|\ \overline{u_1}\ x\ \overline{u_2}|}$
  - Intersección
    - Se igualan las ecuaciones paramétricas y se resuelve el sistema de ecuaciones resultante. En caso de tener solución, existe intersección.

PLANO

Definición geométrica de un plano

- Un punto y dos vectores directores no paralelos
- Tres puntos no colineales
- Una recta y un punto que no pertenezca a la recta
- Dos rectas que se cortan
- Dos rectas paralelas
- Un punto y un vector perpendicular al plano (vector Normal)

Ecuaciones del plano

Vectorial: $\bar{p} = \overline{p_0} + \alpha\bar{u} + \beta\bar{v}\ ;\ \alpha, \beta \in R$

Paramétricas:

$$\begin{cases} X = X_0 + \alpha u_1 + \beta v_1 \\ Y = Y_0 + \alpha u_2 + \beta v_2 \\ Z = Z_0 + \alpha u_3 + \beta v_3 \end{cases}$$

Normal: $(\bar{p} - \overline{p_0}) \cdot \bar{N} = 0$

Cartesiana: AX+BY+CZ+D=0; donde: $\bar{N} = (A, B, C)\ y\ D = -AX_0 - BY_0 - CZ_0 = -(\bar{N} \cdot \overline{P_0})$

Relación entre plano y punto

Distancia: $d = \frac{|(\bar{q} - \overline{p_0}) \cdot \bar{N}|}{|\bar{N}|}$

Relación entre plano y recta

Ángulo: $\theta = ang\,\text{sen}\frac{\bar{N} \cdot \bar{U}}{|\bar{N}|\,|\bar{U}|}$; si $\alpha + \beta = 90°$ → $\cos\alpha = \text{sen}\beta$

Ortogonalidad $(\bar{N} \times \bar{u}) = \bar{0}$, Paralelismo $(\bar{N} \cdot \bar{u}) = 0$

Intersección: Se sustituyen las ecuaciones paramétricas de la recta en la ecuación cartesiana del plano para determinar el valor del parámetro de la recta, si este existe, entonces si hay intersección, en caso contrario se deberá calcular la distancia del plano a la recta, como la distancia de un punto de la recta al plano.

Relación entre planos

Ángulo: $\theta = ang\cos\frac{\overline{N_1} \cdot \overline{N_2}}{|\overline{N_1}|\,|\overline{N_2}|}$

Ortogonalidad $\left(\overline{N_1} \cdot \overline{N_2} = 0\right)$, Paralelismo $\left(\overline{N_1} x\, \overline{N_2}\right) = \bar{0}$

Distancia: $d = \frac{|(\bar{q} - \overline{p_0}) \cdot \bar{N}|}{|\bar{N}|}$

Intersección: La intersección de dos planos, da como resultado una línea recta. El vector director de la recta se obtiene con el producto cruz de los vectores normales. Para obtener un punto que pertenezca a la recta, se asigna un valor arbitrario a una literal y se resuelve el sistema de orden dos.